Trabajo Práctico 0: Revisión

TEMAS:

I-Repaso de conceptos de Análisis Matemático I

II-Repaso de algunos gráficos en R^2

III-Calculo de límites aplicando la regla de L'Hopital

SECCIÓN I

Ejercicio N° 1: Cuando sea posible calcular los siguientes límites. (No aplicar la regla de L'Hopital).

a) $\lim\limits_{x\to} \dfrac{x^2 - x -}{x^2 -}$

b) $\lim\limits_{x\to} \dfrac{x^2 - x -}{(x^2 -)(x -)}$

c) $\lim\limits_{x\to} \dfrac{(x^2 - x -)(x -)}{(x^2 -)}$

d) $\lim\limits_{x\to} e^{\frac{1}{(x-)}}$

e) $\lim\limits_{x\to} \dfrac{\sqrt{x^2 + } - \sqrt{7}}{(x -)}$

f) $\lim\limits_{x\to} \dfrac{sen(5x)}{4x}$

g) $\lim\limits_{x\to ^+} ln(x -)$

¿Qué sucede con $\lim\limits_{x\to} ln(x -)$?

h) $\lim\limits_{x\to} \dfrac{x^2 + x +}{- x^4 - x}$

i) $\lim\limits_{x\to} \dfrac{5x^4 + x +}{-7x^4 - x}$

j) $\lim\limits_{x\to} \dfrac{|x - |}{x - }$

k) $\lim\limits_{x\to} x.sen(\dfrac{1}{x})$

l) $\lim\limits_{x\to} senx$

Nota: cuando los límites laterales sean ∞ de distinto signo diremos que el límite existe y es ∞ .

Respuestas:

a) 2/3 b) ∞ c) 0

d) no existe e) $2\dfrac{\sqrt{7}}{7}$ f) 5/4

g) $-$ h) 0 i) -5/7 j) no existe

k) 0 l) no existe

Ejercicio N° 2: Sea

$$f(x) = \begin{cases} 2 & si \quad x \geq 2 \\ -x^2 + 4 & si \quad 1 \leq x < 2 \\ 3x & si \quad x < 1 \end{cases}$$

a) Determinar donde *f(x)* es continua.

b) Calcular *f '(x).*

c) Interpretar gráficamente los resultados anteriores.

Ejercicio N° 3: Dadas las siguientes funciones:-

a) Determinar sus dominios.

b) Calcular *f '(x).*

1) $y = sen\,(x^3 + 8x)^4$
2) $y = e^{\,sen\,x}$
3) $y = x^{\,cos(3.x)}$
4) $y = 7^{\,tag\,x}$
5) $y = ln\,[(x^2 + 1)/\,(x-3)]$
6) $y = (sen\,(x^5 + 3.x))^{(1/3)}$
7) $y = arctg\,(4x + 1/x)$
8) $y = arcsen\,(x+5)$

Ejercicio N° 4: Calcular la recta tangente y la recta normal a la gráfica de **f(x) = 1/ (x+2)** en **x=3.** Interpretar gráficamente.

Ejercicio N° 5:

a) Calcular e interpretar gráficamente:

II) $\int_{-5}^{3} x^2 - 2\; dx$ Respuesta: 104/3

III) $\int_{-2}^{3} e^{|2x-1|}\; dx$ Respuesta: e^5-1

b) Calcular el área encerrada entre las curvas **f(x) = sen(x)** y **g(x) = cos(x)** en $0 \leq x \leq 2.\pi$.

Respuesta: A = $4\sqrt{2}$

Ejercicio N° 6: Calcular las siguientes integrales:

1. $\int x^3\; dx$

9. $\int_{1}^{2} x^2\, e^{5.x^3}\; dx$

16. $\int \frac{1}{(x^2+1).x}\; dx$

2. $\int \sqrt[3]{x}\ dx$

3. $\int \dfrac{1}{x+1}\ dx$

4. $\int \dfrac{1}{x^2+1}\ dx$ (*)

5. $\int \dfrac{x}{x^2+4}\ dx$

6. $\int e^{(5x)}\ dx$

7. $\int x\ e^{(5x)}\ dx$ (*)

8. $\int x^2\ e^{5.x^3}\ dx$

10. $\int x^5\ e^{4x^3}\ dx$

11. $\int \ln x\ dx$ (*)

12. $\int_1^2 \ln x\ dx$

13. $\int \dfrac{\ln x}{x}\ dx$

14. $\int \dfrac{1}{x^3 - x}\ dx$

15. $\int \dfrac{1}{(x+1)^2\ x}\ dx$

17. $\int tg\ x\ dx$ (*)

18. $\int \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}\ dx$

19. $\int \cos^2(x)dx$ (*)

20. $\int \cos^2(7x)\ dx$ (*)

(*) Verificar resultado con tabla de integrales

Algunas indicaciones y respuestas

1. $\dfrac{x^4}{4} + C$

2. $\dfrac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + C$

3. $Ln|x+1|$ **+ C**

4. $\dfrac{1}{2}arctg\left(\dfrac{x}{2}\right) + C$

5. $\dfrac{1}{2}Ln(x^2+4) + C$

6. $\dfrac{e^{5x}}{5} + C$

7. $e^{5x}\left(\frac{x}{5} - \frac{1}{25}\right) + C$

8. $\dfrac{1}{15}e^{5x^3} + C$

9. $\dfrac{e^{40} - e^5}{15}$

10. **<u>Sugerencia</u>: efectuar primero una sustitución con u= 4x^3 y luego por partes**

11. $x\ \ln(x) - x + C$

12. 2 ln(2) -1

13. $\frac{(\ln x)^2}{2} + C$

14. **<u>Sugerencia</u>: aplicar fracciones simples**

15. **<u>Sugerencia</u>: aplicar fracciones simples**

16. **<u>Sugerencia</u>: aplicar fracciones simples**

17. $-\ln|\cos(x)| + C$

18. **<u>Sugerencia</u>: efectuar sustitución con u= x$^{1/2}$**

19. **<u>Sugerencia</u>: recordar que (cos u)^2 = (1 + cos 2u)/2**

20. **<u>Sugerencia</u>: recordar que (cos u)^2 = (1 + cos 2u)/2**

<u>Ejercicio N° 7:</u>

Dada la ecuación de la circunferencia $x^2 + y^2 = 9$.

a) hallar la ecuación de la recta tangente en $(1; -\sqrt{8})$.

b) demostrar que en dicho punto la recta tangente es perpendicular al radio.

c) interpretar gráficamente.

<u>Respuesta:</u> $y + 8^{1/2} = 8^{1/2}(x-1)/8$

<u>Ejercicio N° 8:</u> Una caja de base cuadrada tiene un volumen de 1000 cm^3.

a) Encontrar las dimensiones de la caja para que su área lateral incluidas las tapas sea mínima.

<u>Respuesta</u>: la caja es un cubo de lado 10 cm.

b) ¿1Es posible encontrar las dimensiones de la caja para que su área lateral incluidas las tapas sea máxima? Justificar.

<u>Respuesta:</u> no es posible ya que la función área no está acotada superiormente).

c) Responder a) y b) sabiendo que $12 \leq x \leq 15$ siendo x una arista de la base.

<u>Respuesta</u>: si hay porque la función área es continua en un intervalo cerrado, el área es mínima cuando las aristas de la base miden 12cm y la altura 125/18 cm, el área es máxima cuando las aristas de la base miden 15cm y la altura 40/9.

<u>Ejercicio N° 9:</u> Sea **c(t)** el caudal de agua que fluye hacia un depósito en función del tiempo t, es decir c(t).

a) ¿Qué unidades tiene c(t)?

b) ¿Qué representa físicamente c'(t)?

c) ¿Qué representa $\int_{t1}^{t2} c(t).dt$ siendo $\mathbf{t_2 > t_1}$.

<u>Representa:</u> la rapidez instantánea.

SECCIÓN II

<u>Ejercicio N° 1</u>: Graficar todos los puntos de R^2 que satisfacen las siguientes ecuaciones:

a) $y = 3x -$

b) $y = x^2 - x$

c) $y = - x^2 - x + 0$

d) $x^2 + y^2 = 25$

e) $x^2 + \;^2 - x + y =$

f) $\dfrac{x^2}{4} + \dfrac{(y - \;)^2}{9} =$

g) $x^2 + y^2 =$

h) $\dfrac{x^2}{4} - y^2 =$

i) $y = \dfrac{1}{x}$

j) $y = \dfrac{1}{x -} +$

k) $y = \dfrac{1}{x^2}$

l) $y = \;^x$

m) $y = \text{n}\, x$

n) $y = \text{n}(x - \;)$

o) $y = \text{n}\, | x - \; |$

SECCIÓN III

__Ejercicio N° 1:__ Evaluar aplicando la regla de L´Hopital cuando sea posible.

a) $\lim_{x \to} \dfrac{e^x -}{3x + \;^2}$

b) $\lim_{t \to} \dfrac{5 \operatorname{sen}^2 t}{1 + \;\text{os}\, t}$

c) $\lim_{x \to 0} \dfrac{\ln 2x}{\ln 3x}$

d) $\lim_{x \to} \left(\dfrac{1}{e^x - 1} - \dfrac{1}{x} \right)$

e) $\lim_{x \to} x \left(\;^{1/x} - \right)$

f) $\lim_{x \to} x^5 e^{- x}$

g) $\lim_{x \to 0} \left(\text{cot}\, g\, x - \;\text{os}ec\, x \right)$

h) $\lim_{x \to 1} (x - \;)^3 \ln(1 - \;)$

i) $\lim_{x \to} \dfrac{x + \;\text{en}\, x}{x}$

__Respuestas:__ a) 1/3; b) 10; c) 1; d) -1/2; e) 1; f) 0; g) 0; h) 0; i) 1

__Ejercicio N° 2:__ Calcular las asíntotas horizontales y verticales para:

I) *f(x) = x* e^x

II) *f(x)* = $\dfrac{\ln x}{x}$

III) $f(x) = \dfrac{x}{\ln x}$

IV) $f(x) = \dfrac{\;enh(x)}{\cosh(x)}$

V) $f(x) = \dfrac{\;\text{osh}(x)}{senh(x)}$