Guía de ejercicios # 5
Sistemas Enteros

Organización de Computadoras 2017

UNQ

Representación de Enteros

Además de representar los números naturales, también podemos representar los números enteros.

Existen 3 sistemas que nos permiten representar números enteros:

- Sistema Signo Magnitud (de ahora en más **SM**)
- Sistema Complemento a 2 (de ahora en más **CA2**)
- Sistema Exceso (de ahora en más **Ex**)

Los objetivos de esta practica son:

- Ser capaces de interpretar cadenas en los 3 sistemas
- Poder representar números en cualquiera de los sistemas
- Entender como se obtiene el rango de números representables en los 3 sistemas
- Realizar operaciones aritmeticas de suma y resta en complemento a 2 y en signo magnitud

Los ejercicios marcados con ★ son un conjunto minimal para comprender los temas tratados en esta práctica. Para resolver esta práctica se aconseja consultar el apunte de la materia *Representación de enteros*, disponible en `http://orga.blog.unq.edu.ar/descargas/`

1 Sistema Signo Magnitud

1.1 Interpretación en SM

1. Interpretar en SM(8) ★
   (a) 10000101
   (b) 10001111
   (c) 10000000
   (d) 01001001
   (e) 01011111

   Resolvamos el primero: Interpretemos la cadena **1**0000101 en SM(8):

$$I_{SM(8)}(\mathbf{1}0000101) = \mathbf{-}(1 * 2^0 + 1 * 2^2) = \mathbf{-}(1 + 4) = \mathbf{-}5$$

1.2 Representación en SM

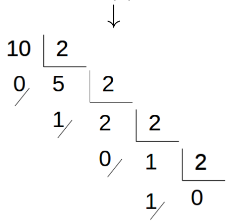
2. Representar en SM(7) ★

   (a) -10
   (b) -15
   (c) 28
   (d) -64
   (e) -56

   Representemos el -10: Lo primero que tenemos que hacer es definir el signo, y como en este caso el número es negativo el valor del bit de signo que va a tener la cadena resultante es **1**.

   Luego tomamos el valor positivo del número (en vez de -10 vamos a representar el número 10) y procedemos a representarlo como en BSS(**6**):

$$R_{SM(5)}(\text{-}10)$$
$$\downarrow$$
(tomando el valor absoluto del número:)
$$R_{BSS(4)}(10)$$
$$\downarrow$$



   La cadena resultante en BSS(6): $R_{BSS(6)}(10) = 001010$
   La cadena final en SM(7):$R_{SM(7)}(\text{-}10) = \mathbf{1}001010$

3. Comprobar los resultados obtenidos en el ejercicio anterior mediante la interpretación de las cadenas.

1.3 Rango en SM

4. Calcular el Rango de los siguientes sistemas:

   (a) SM(4)
   (b) SM(7)
   (c) SM(12) ★
   (d) SM(16)

   Calculemos el rango para SM(4): El mínimo lo obtenemos con la cadena de signo negativo de mayor magnitud: 1111. Esa cadena está representando el valor -7. El máximo lo vamos a obtener de manera similar pero con signo positivo: 0111. Esta cadena nos representa al 7. Entonces el rango es $[-7, 7]$

1.4 Aritmética en SM: Suma y Resta

5. Realizar las siguientes operaciones en SM.
   SM(4):
   (a) 0011 + 1001
   SM(6):
   (b) 001100 + 110011 ★
   (c) 101010 + 110101 ★
   (d) 111010 + 001101

(e) 000111 + 010110

(f) 111101 - 100100 ★

(g) 101101 - 010101 ★

(h) 011010 - 011110

(i) 001011 - 110111

$+\begin{array}{r}0011\\ 1001\\ \hline\end{array}$ Suma en SM(4)	$-\begin{array}{r}011\\ 001\\ \hline 010\end{array}$ Resta auxiliar sobre las magnitudes	$+\begin{array}{r}0011\\ 1001\\ \hline 0010\end{array}$ Resultado final

6. Interpretar los operandos y el resultado del ejercicio anterior¿Hay algún resultado incorrecto?

2 Sistema Complemento a 2

2.1 Interpretación en CA2

7. Interpretar en CA2(6)

   (a) 111010

   (b) 101111

   (c) 001001

   (d) 100000

   (e) 010101

Interpretemos la cadena **1**11010 en CA2(6). Como comienza con 1, se realiza el complemento a dos de la cadena

111010 → 000101 Se complementa la cadena	000101 + 1 = 000110 Se le suma 1	$I_{BSS(6)}(000110) =$ 6 Se interpreta en BSS(6)

Por lo tanto la interpretación en este sistema quedaría:

$$I_{CA2(6)}(\mathbf{1}11010) = \textbf{-}(I_{BSS(6)}(000110)) = \textbf{-}6$$

2.2 Representación en CA2

8. Representar en CA2(6) ★

   (a) -6

   (b) 14

   (c) -64

   (d) 43

   (e) -1

Representemos el -6 en $CA2(6)$:

(a) $R_{bss(6)}(6) = 000110$

(b) Complementar la cadena:111001

(c) Sumarle 1 : 111001 + 1 = 111010

Por lo tanto: $R_{CA2(6)}(-6) = 111010$

Para validar que es correcto el resultado, es posible interpretar la cadena:

$$I_{ca2(6)}(111010) = -I_{bss(6)}(000101 + 1) = -I_{bss(6)}(000110) = -6$$

9. Comprobar las respuestas obtenidas en el ejercicio anterior mediante la interpretación de las cadenas.

2.3 Rango en CA2

Ejercicios

10. Calcular el Rango de los siguientes sistemas:
    (a) CA2(4)
    (b) CA2(6)
    (c) CA2(16)
    (d) CA2(8) ★

    Rango de CA2(4):

    Mínimo La cadena que representa el valor más chico seria `1000`. Entonces $I_{ca2}(1000) = -I_{bss}(0111{+}1) = -I_{bss}(1000) = -8$

    Máximo La cadena que representa al valor más grande sería:`0111`. Entonces $I_{ca2}(0111) = I_{bss}(0111) = 7$

    El Rango en **CA2(4): [-8; 7]**

2.4 Aritmética en CA2

11. Realizar las siguientes operaciones en CA2(6). Interpretar los operandos y el resultado:
    (a) 010101 + 101000
    (b) 101010 + 110101 ★
    (c) 111010 + 001101
    (d) 000111 + 010110 ★
    (e) 101101 - 010101
    (f) 011010 - 011110 ★
    (g) 001011 - 110111 ★

    010101 + 101000

$$\begin{array}{rcccccc} & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ + & & & & & & \\ & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{array} \tag{1}$$

12. ¿Hay algún resultado incorrecto? Para responderlo, interpretá los operandos y resultado en cada caso.

3 Sistema Exceso

3.1 Interpretación en Exceso

13. Interpretar en $Ex(8, 128)$ ★
    (a) 00000110
    (b) 10001111
    (c) 01001001
    (d) 11110101
    (e) 01010101

(f) 00000000

(g) 10000000

Interpretemos la cadena 00000110 en $Ex(8,1)28$:

(a) Procedemos a interpretarla en BSS: $\mathrm{I}_{BSS(8)}(00000110) = 6$

(b) Al valor resultante le restamos el exceso: $6 - 128 = -122$

Por lo tanto: $I_{Ex(8,128)}(00000110) = -122$

3.2 Representación en Exceso

14. Representar en $Ex(8,128)$ ★

(a) -2

(b) 26

(c) -127

(d) 30

(e) -15

(f) 42

(g) -64

Por ejemplo, representemos el -2 en $Ex(8,1)28$:

(a) desplazar el número -2: $-2 + 128 = 126$

(b) representarlo en $BSS(8)$: $R_{bss(8)}(126) = 01111110$

Entonces: $\mathrm{R}_{ex(8,128)}(-2) = 01111110$

15. Comprobar que las respuestas al ejercicio anterior son correctas interpretando las cadenas obtenidas

3.3 Rango en Exceso

16. Calcular el Rango de los siguientes sistemas:

(a) Ex(5,6)

(b) Ex(8,64)★

(c) Ex(6,16)★

(d) Ex(5,2)

(e) Ex(4,4)

(f) Ex(8,-10)★

(g) Ex(6,0)

El rango de Ex(5,6):

Mínimo La cadena que representa el valor mas chico es `00000`, entonces $I_{Ex(5,6)}(00000) = 0 - 6 = -6$

Máximo La cadena que representa el valor mas grande es `11111`, entonces $I_{Ex(5,6)}(11111) = 31 - 6 = 25$

El Rango en $Ex(5,6)$**: [-6; 25]**

4 Ejercicios integradores

17. El Correo Argentino necesita definir un sistema de numeración que les permita representar los códigos postales en su aplicación de seguimiento de envíos, que son valores mayores al 1000. ¿Es posible utilizar $SM()$? ¿Que ótro sistema puede utilizarse?

18. ★ Estamos trabajando en el diseño de una nueva ALU que se utilizará en las terminales de las cajas de un banco para registrar movimientos en las cajas de ahorro de los clientes. Esos valores pueden ser positivos como negativos. ¿Cuál es la principal desventaja de utilizar un sistema $SM()$ en comparación a $CA2()$?

19. Para manejar los saldos de las tarjetas SUBE se necesita un sistema de numeración que utilice 10 bits, considerando que el saldo es siempre un valor entre $-20 y $1000, qué sistema utilizaría para ser eficiente?

20. Para un concierto se necesita un sistema de numeración que nos permita indicar el tiempo (reloj) que falta para que se habilite la compra de las entradas desde su pagina web.
Un ejemplo de reloj, seria:
$-24 : 07 : 57$
Dicho reloj esta dividido en tres partes: horas, minutos y segundos, cabe aclarar que solamente las horas tienen valores negativos, los minutos y segundos son valores positivos. Indique que sistema es el más conveniente para cada parte, tratando de minimizar la cantidad de bits de dicho sistema.

21. ★ Para que una bomba no explote se necesita realizar dos cuentas: una resta: $156 - (-142)$
y una suma: $257 + (-205)$
Determinar cual de los dos sistemas que vimos, nos permitirian hacer las cuentas sin tener ningun error, tratando de minimizar la cantidad de bits del sistema elegido. Cabe aclarar que se tienen que representar cada operando en dicho sistema y realizar la cuenta.

22. Un científico necesita un sistema de numeración que le permita representar la temperatura que toma un cuerpo con el cual esta experimentando. Cabe aclarar que vamos a representar la parte entera de la temperatura ya que sabemos que las temperaturas en general se expresan con coma. El rango de temperatura que se le aplica al cuerpo en los experimentos van desde -100°C hasta 250°C. Determine cual de los sistemas es el más conveniente para este pedido.

23. ★ Se tiene un circuito cuyas entradas son 2 cadenas de 16 bits (32 en total) y la salida es 1 si ambas cadenas representan el mismo valor en BSS. Se necesita un circuito que permita comparar dos cadenas de 16 bits en SM, ¿es posible utilizar el mismo circuito sin realizarle cambios? Justifique.

24. ★
    (a) Escribir un programa que realice la siguiente suma en BSS: 10 + 32768.
    (b) Escribir un programa que realice la siguiente suma en CA2: 10 + (-32768).
    (c) El código del primer programa, resuelve el segundo? Explique por que sí o por qué no.
    (d) Dado que la máquina hace las cuentas sin importar el sistema subyacente (BSS o CA2), significa eso que el programador tampoco tiene que saber si sus cuentas son en CA2 o en BSS?

25. Indicar Verdadero o Falso. Justifique las falsas
    (a) Si interpretamos la cadena 1000 en $CA2(4)$ y en $SM(4)$ obtenemos el valor 0.
    (b) Al representar el número 3 en SM(4) la cadena resultante es igual a la que se obtiene en BSS(4).
    (c) Para interpretar una cadena en exceso con solo interpretarla en BSS, averiguo el valor que representa esa cadena.
    (d) Si tenemos que interpretar una cadena negativa el primer paso consiste en sumarle 1, el segundo paso en complementar la cadena y el ultimo paso en interpretar en $BSS()$.
    (e) En exceso el bit más significativo representa el signo.
    (f) Si tengo un sistema SM(4) la distribución de los bits sería: magnitud y signo, osea los 3 bits más significativos son la magnitud y el bit menos significativo es el signo.
    (g) el número 128 se puede representar en sistema Ex(8,2^7).
    (h) En Ex para representar un número tenemos que sumarle el exceso y luego representar el valor resultante en BSS.
    (i) En SM hay doble representación del 0.
    (j) Si interpretamos la cadena 11010 en Ex(5,2^4) el resultado es 32.
    (k) La representación del número -16 en $CA2(5)$ es 10000.

(l) Con SM(6) puedo representar los números desde el -63 hasta 63.

(m) El numero representable más grande en $CA2(5)$ es 16.

(n) En $CA2(7)$ la cadena que representa al valor mas pequeño es `1111111`.

(o) Si representamos el número 7 en CA2(4) y en Ex(4,2^2) nos da la misma cadena.

(p) Con el sistema $CA2(5)$ puedo representar el número 32.

(q) El 10 es representable en el sistema SM(4).

(r) El -32 es un numero representable más chico en $CA2(6)$.

(s) La cantidad de números representables en el sistema Ex(7,2^6) es 128.

(t) El 7 es parte del rango del sistema Ex(4,2^3).

(u) Signo Magnitud es el único sistema que nos permite representar números enteros.

(v) Si interpretamos la cadena 0110 en BSS(4) y en SM(4) nos devuelve ambas interpretaciones el valor 6.

(w) El número 31 se encuentra dentro del rango de SM(4).

(x) Si tenemos que representar un número positivo, la representación se realiza en BSS.

(y) Una de las ventajas de CA2 es que la aritmetica se lleva a cabo como en SM.

(z) El valor de la cadena 0000 en Ex(4,2^3) es -4.

References

[1] Williams Stallings, *Computer Organization and Architecture*, octava edición, Editorial Prentice Hall, 2010. **Capitulos 9.2 y 9.3**